

CAPITULO NUEVE

Sistemas con retardo en tiempo discreto



Modos deslizantes es una herramienta muy poderosa para el diseño de controladores. Hasta ahora, este texto se ha concentrado en el diseño de los controladores en modos deslizantes para sistemas en tiempo continuo. Sin embargo, en muchos problemas prácticos, los compensadores se diseñan en tiempo discreto, e.g. empleando los microprocesadores. Semejante al desarrollo de la teoría del control lineal en 1960's y 1970's, el proceso de discretización requiere un acercamiento que debe ser reconsiderado. Este capítulo busca desarrollar un concepto general para los modos deslizantes en tiempo discreto y presenta sistemas lineales como los ejemplos de diseño. Este nuevo concepto está extendido a sistemas con retardos y distribuidos.

9.1 Sistemas en tiempo discreto

La mayoría de los acercamientos a los modos deslizantes están basados en una base de modelos continuos en el tiempo de dimensión infinita y permite la acción de control discontinua. Una vez que dicho sistema dinámico esta en “modos deslizantes”, el movimiento de su trayectoria esta confinada a una región (franja cilíndrica) del espacio de estado, i.e. en la región de deslizamiento. Hablando de forma general, para sistemas en tiempo continuo, esta reducción del orden del sistema solamente puede efectuarse mediante el control discontinuo, conmutando a una frecuencia teóricamente infinita.

Cuando el reto de implementar el control en modos deslizantes en un sistema práctico, la ingeniería de control tiene dos opciones:

- ⊗ Directamente, implementación análoga de una ley de control discontinua con un dispositivo de rápida conmutación, e.g. con transistores de potencia.
- ⊗ Implementación discreta del control en los modos deslizantes, e.g. con un microcontrolador digital.

El primer método es factible solamente para un voltaje de entrada, permitiendo el uso de los dispositivos de conmutación analógica. La mayoría de los otros sistemas son utilizados basados en la implementación discreta de los microprocesadores. Sin embargo, el diseño de un control discontinuo para el modelo de un sistema continuo podría resultar en vibraciones cuando se implemente una razón de muestreo finita sin modificaciones en tiempo discreto. Este problema de vibraciones en la discretización es diferente del problema del chattering causado por las dinámicas no modeladas, tal como se planteo en el capítulo 8. Las vibraciones por discretización se deben por el hecho de que la frecuencia de conmutación esta limitada a la frecuencia de muestreo, pero una correcta implementación de los modos deslizantes requiere de una frecuencia de conmutación infinita. El siguiente ejemplo ilustrará la diferencia entre los modos deslizantes ideales continuos y la implementación directa de la discretización vibrante. Las secciones subsecuentes de este capítulo estan dedicadas al desarrollo de un concepto de modos deslizantes en tiempo discreto eliminando las vibraciones. Este concepto se extiende a los sistemas con retardo y a distribuidos, gobernados mediante ecuaciones diferenciales y de diferencia.

Ejemplo 9.1 Modos deslizantes ideales comparada con la implementación discreta.

Examinando un sistema de primer orden modelado en tiempo continuo como:

$$\dot{x}(t) = g(x(t)) + u(t) \quad (9.1.1)$$

con el estado $x(t)$, la dinámica acotada a $|g(x)| \leq \bar{g}$ y una entrada de control $u(t)$. Para encausar los modos deslizantes en la región:

$$S = \{x : x(t) = 0\} \quad (9.1.2)$$

una ley de control discontinuo puede ser diseñado como

$$u(t) = -u_0 \text{sign}(x(t)) \quad (9.1.3)$$

con los recursos de control disponibles $u_0 > \bar{g}$ El análisis de estabilidad basado en la función candidata a Lyapunov examina:

$$V = \frac{1}{2} x^2(t) \quad (9.1.4)$$

a través de las trayectorias del sistema (9.1.1) con el control (9.1.3), se asigna:

$$\dot{V}(t) = x(t)(g(x(t))) - u_0 \text{sing}(x(t)) \quad (9.1.5)$$

$$\leq -|x(t)|(u_0 - \bar{g})$$

el cual testifica para converger en la región (9.1.2) en un tiempo finito. Una trayectoria ejemplo se muestra en la figura 9.1. con $g(t) = s \sin t$ y $u_0 = 2$, iniciando desde la condición inicial $x(t=0) = 3$. Para $t_{sm} = 2.256 \text{ seg}$, el sistema alcanza los modos deslizantes en $x = 0$. Posteriormente, el movimiento de la

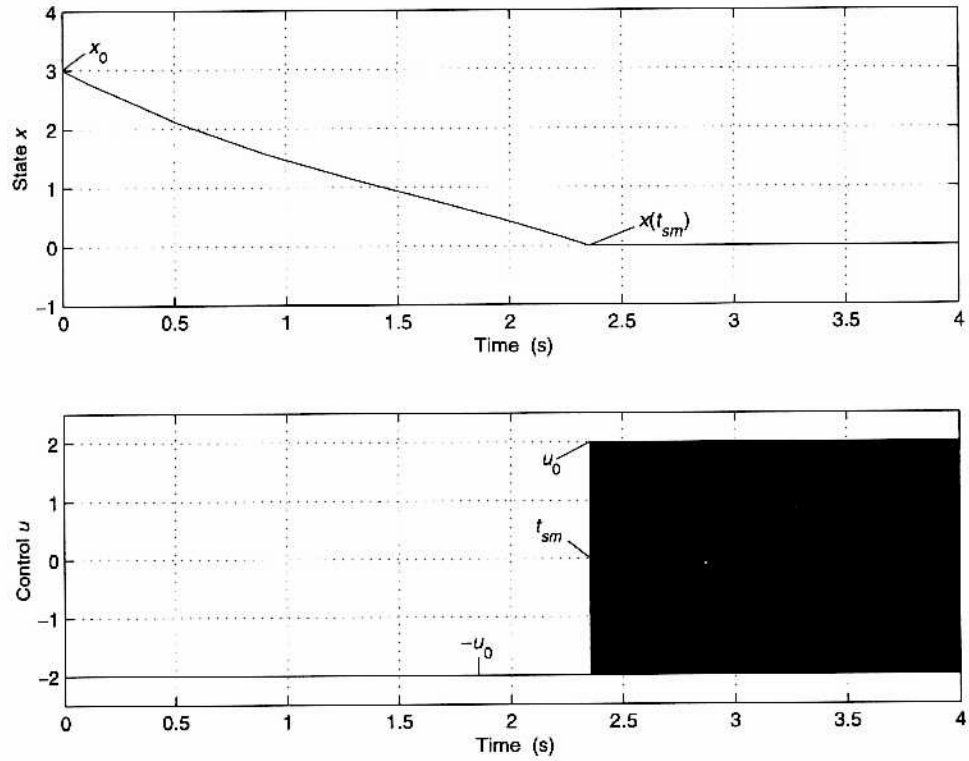


Figura 9.1 Modos deslizantes ideales en el ejemplo de un sistema de primer orden implementado una ley de control discontinuo con infinita rapidez de conmutación.

trayectoria es confinada invariamente a la región (9.1.2) mediante la conmutación discontinua del control, ilustrado mediante el rectángulo negro en el diagrama inferior de la figura 9.1.

Una implementación discreta mediante un intervalo de muestreo Δt resultará en:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= x_k + (g_k + u_k) \Delta t \\ u_k &= -u_0 \text{sign}(x_k) \\ k &= 1, 2, \dots \end{aligned} \tag{9.1.6}$$

donde el subíndice k denota los puntos de muestreo, e.g. el estado del sistema x_k en el tiempo $t_k = k\Delta t$. El movimiento de la trayectoria puede no alcanzar la región $x = 0$ debido a que el control u_k se calcula solo en los puntos de muestreo k , i.e. la frecuencia de conmutación esta limitada mediante la razón de muestreo $1/\Delta t$. Durante el intervalo de muestreo Δt , el control esta constante y el sistema se comporta como uno de lazo abierto (Kotta, 1989).

El sistema con un tiempo de muestreo exagerado $\Delta t = 0.1_seg$, como se muestra en la figura 9.2, ilustra la necesidad de desarrollar un algoritmo en modos deslizantes en tiempo discreto en lugar de la función planteada en (9.1.6).

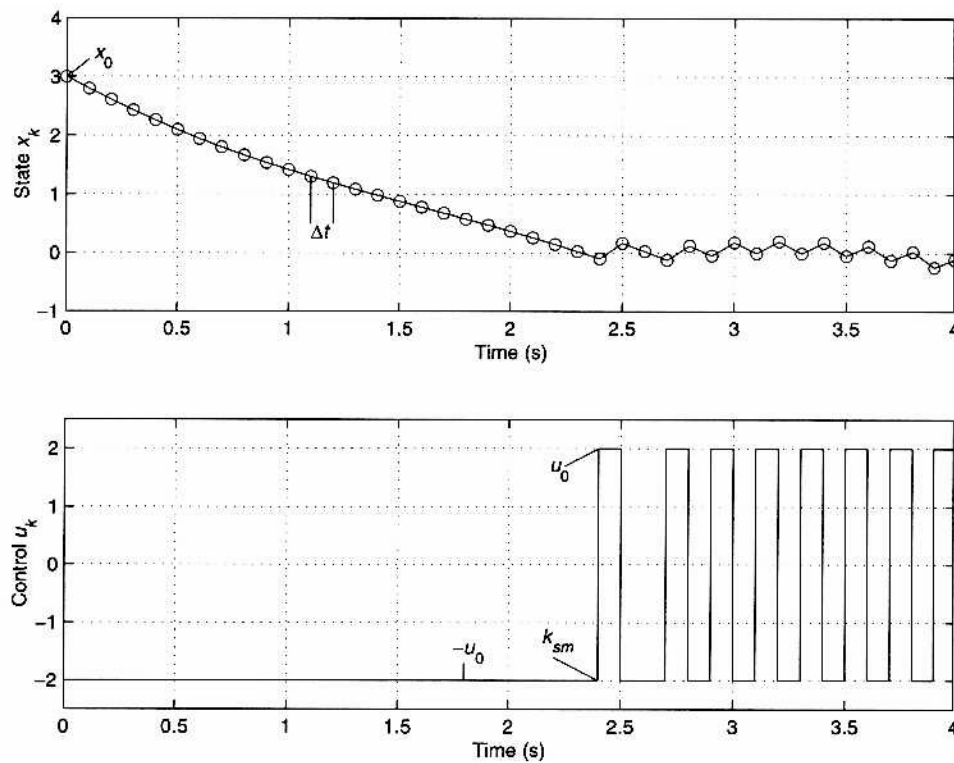


Figura 9.2 implementación directa de un control en modos deslizantes en tiempo discreto. Los instantes de muestreo están marcados con círculos pequeños. El control u_k puede ser conmutado tan solo en los instantes de muestreo, produciendo una discretización vibratoria en el movimiento de la trayectoria después de alcanzar la vecindad de la región deslizante en $t_{sm} = k_{sm} \Delta t$.

Observe que el incremento en la razón de muestreo decrementa la amplitud de la vibración de discretización e incrementa su propia frecuencia, pero no elimina el fenómeno de la digitalización hasta que $\Delta t \rightarrow 0$. Más aún, la razón de muestreo de un sistema de control debe corresponder a la rapidez que presenta la dinámica del sistema en lugar de perder poder computacional ocasionada por el algoritmo de control.

9.2 Concepto de modos deslizantes en tiempo discreto

Antes de desarrollar el concepto de los modos deslizantes en tiempo discreto, es necesario revisar el principio de los modos deslizantes para sistema continuos con control discontinuo ideal desde un punto de vista ingenieril. Un tratamiento matemático más profundo puede encontrarse en Utkin (1993) o en Drakunov y Utkin (1990). Recordando (9.1.1) como un sistema general en tiempo continuo:

$$\dot{x} = f(x, u, t) \quad (9.2.1)$$

con una ley de control escalar discontinuo:

$$u = \begin{cases} u_0 - si - s(x) \geq 0 \\ -u_0 - si - s(x) < 0 \end{cases} \quad (9.2.2)$$

y los modos deslizantes en la región $s(x) = 0$ (figura 9.3).

Note que las siguientes observaciones caracterizan la naturaleza de los sistemas en modos deslizantes:

- ✱ El intervalo de tiempo entre el punto inicial $t = 0$ y el que alcanza los modos deslizantes $S = \{x : s(x) = 0\}$ en el tiempo t_{sm} es finito, en contraste con los sistemas con una ley de control continuo, el cual presenta convergencia asintótica para cualquier región consistente de las trayectorias de estado.
- ✱ Una vez que el sistema ha alcanzado los modos deslizantes para el tiempo $t \geq t_{sm}$, el movimiento se confina dentro de la franja de la región $S = \{x : s(x) = 0\}$ y el orden de la dinámica del sistema en lazo cerrado es menor que el orden del sistema sin control.
- ✱ Después de que los modos deslizantes se han iniciado t_{sm} , las trayectorias del sistema no pueden retroceder más allá de la franja de la región $S = \{x : s(x) = 0\}$ como en sistemas sin discontinuidades. En otras palabras, para cualquier punto $t_0 \geq t_{sm}$, no es posible determinar el tiempo t_{sm} o para calcular en forma inversa la trayectoria para $t < t_{sm}$ basada en información del estado del sistema en el tiempo t_0 .

Sin embargo, durante los intervalos de tiempo antes y después de alcanzar los modos deslizantes, las trayectorias de estado son funciones continuas del tiempo, y la relación entre los dos valores del estado de un intervalo de tiempo finito $t = [t_0, t_0 + \Delta t]$ pueden calcularse resolviendo (9.2.1) como:

$$x(t_0 + \Delta t) = F(x(t_0)) \quad (9.2.3)$$

donde $F(x(t))$ es una función continua también. Cuando se deduce la ecuación (9.2.3) para cada punto de muestreo $t_k = k\Delta t$, $k = 1, 2, \dots$ el resultado es cero, pero la representación en tiempo discreto del prototipo en tiempo continuo (9.2.1), i.e.

$$x_{k+1} = F(x_k) \quad x_k = x(k\Delta t) \quad (9.2.4)$$

Iniciando desde el tiempo t_{sm} , las trayectorias de estado pertenecen a las de la región de deslizamiento para $s(x(t)) = 0$, o para alguna $k_{sm} \geq t_{sm} / \Delta t$,

$$s(x_k) = 0, \quad (\forall k \geq k_{sm}) \quad (9.2.5)$$

Parece razonable definir este movimiento “modos deslizantes en tiempo discreto”. Observe que la expresión del lado derecho de la ecuación de movimiento del sistema en modos deslizantes discretos es una función de estado *continua*.

Hasta ahora, Se ha generado una descripción en tiempo discreto de un sistema en modos deslizantes en tiempo continuo. Proximamente es necesario derivar una ley de control en tiempo discreto el cual genere los

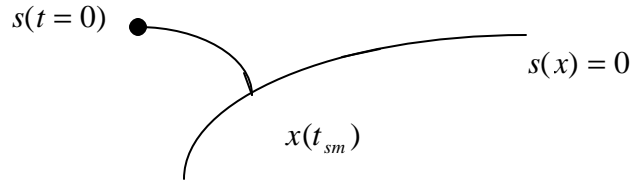


Figura 9.3 Movimiento de la trayectoria de un sistema en tiempo continuo con un control escalar en modos deslizantes. Iniciando desde el punto inicial $x(t=0)$, la trayectoria alcanza la región de los modos deslizantes $s(x)=0$ dentro de un intervalo de tiempo finito t_{sm} y posteriormente permanece en ella.

modos deslizantes en un sistema de tiempo discreto. Remitiéndose al ejemplo (9.2.1) y suponiendo que para cualquier constante de control de entrada u y cualquier condición inicial $x(0)$, la solución de (9.2.1) puede obtenerse de forma cerrada, i.e.

$$x(t) = F(x(0), u) \quad (9.2.6)$$

Ahora suponga que el control u puede seleccionarse arbitrariamente. Con la ayuda de (9.2.6), se plantea el siguiente procedimiento:

1. En el instante $t=0$ se selecciona la constante $u(x(t=0), \Delta t)$ para un intervalo de tiempo dado Δt tal que $s(x(t=\Delta t))=0$.
2. Para un instante $t=\Delta t$ encontrar la constante $u(x(t=\Delta t), \Delta t)$ tal que $s(x(t=2\Delta t))=0$.
3. En general, para cada $k=0,1,2,\dots$, en $t=k\Delta t$ se selecciona la constante $u(x_k, \Delta t)$ tal que $s(x_{k+1})=0$.

En otras palabras, en cada punto de muestreo k , se selecciona u_k tal que esta entrada de control, sea constante durante el próximo intervalo de muestreo Δt , se alcanzará $s(x_{k+1})=0$. Durante el intervalo de muestreo, el estado $x(k\Delta t < t < (k+1)\Delta t)$ pueda no pertenecer a la región, i.e. $s(x(t)) \neq 0$ es posible para $k\Delta t < t < (k+1)\Delta t$. Sin embargo, el sistema en tiempo discreto

$$x_{k+1} = F(x_k, u_k)$$

$$u_k = u(x_k) \quad (9.2.7)$$

llega a la región de deslizamiento con éxito para cada punto de muestreo, i.e. $s(x_{k+1})=0$ $\forall k=0,1,2,\dots$ es un hecho.

Debido a que $F(x(0), u)$ tiende a $x(0)$ como $\Delta t \rightarrow 0$, la función $u(x(0), \Delta t)$ puede exceder los recursos disponibles de control u_0 . Como un resultado, el control acotado que se muestra en la figura 9.4 se dirige al estado x_k a cero solo después de un número finito de pasos k_{sm} . Es entonces cuando la región de deslizamiento se alcanza después de un intervalo de tiempo finito $t_{sm} = k_{sm} \Delta t$ y después de esto el estado x_k permanece en la región de atracción. En analogía con los sistemas de tiempo continuo, este movimiento puede ser denominado “modos deslizantes en tiempo discreto”. Observe que los modos deslizantes son generados en

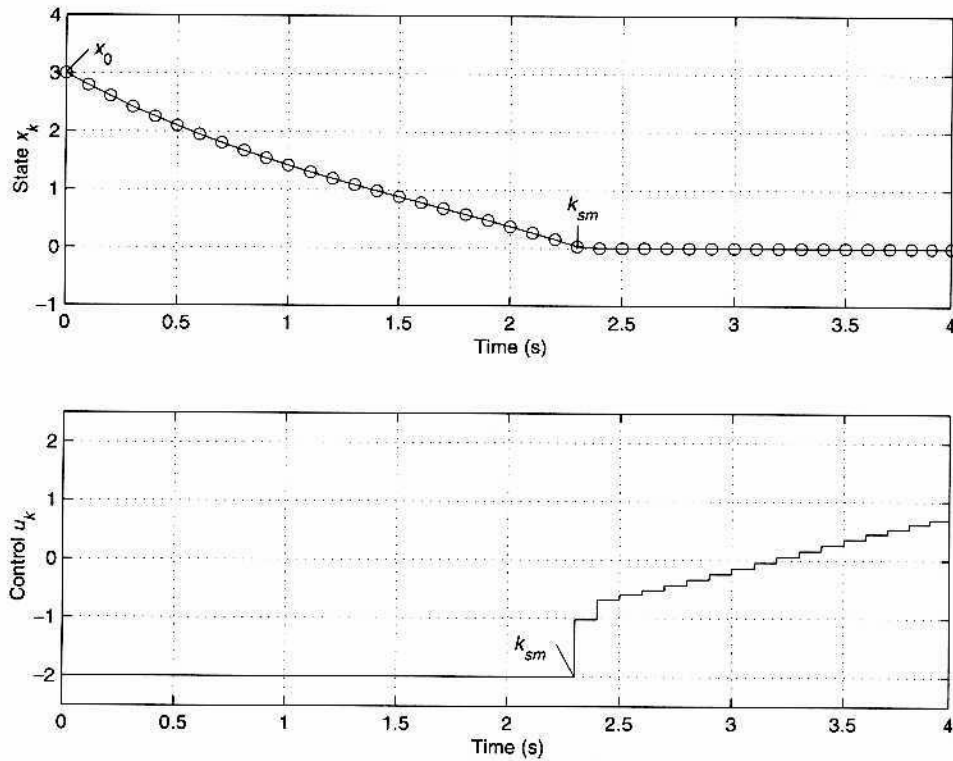


Figura 9.4 Implementación adecuada del control en modos deslizantes en tiempo discreto. Los instantes de muestreo se marcan mediante pequeños círculos. La acción de control u_k se selecciona como $-u_0 \leq u_k \leq u_0$ en cada instante de muestreo mantiene $s(x_{k+1})=0$ tan rápido como sea posible de acuerdo con la disponibilidad de recursos en el esfuerzo de control, resultando en un movimiento libre de vibraciones después de alcanzar la región de deslizamiento en $t_{sm} = k_{sm} \Delta t$.

los sistemas de tiempo discreto con el control $-u_0 \leq u \leq u_0$ como una función continua del estado x_k y permanece constante durante todo el intervalo de muestreo.

El ejemplo de primer orden clarifica la definición del termino “modos deslizantes en tiempo discreto” introducido por Drakunov y Utkin (1990) para un sistema de tiempo discreto de dimensión finita. En la dinámica del sistema en tiempo discreto

$$x_{k+1} = F(x_k, u_k) \quad (x \rightarrow \mathfrak{R}^n, u \in \mathfrak{R}^m, m \leq n) \quad (9.2.8)$$

Los modos deslizantes en tiempo discreto toman lugar en un subconjunto \sum de la región $\{x: s(x)=0\}, s \in \mathfrak{R}^m$, si existe una vecindad abierta \mathfrak{X} de este subconjunto tal que para cada $x \in \mathfrak{X}$ lleva a cabo que $s(F(x_{k+1})) \in \sum$.

En contraste con los sistemas continuos, los modos deslizantes pueden aparecer en los sistema de tiempo discreto con una función continua al lado derecho de la ecuación del sistema en lazo cerrado. No obstante, las características mencionadas de los modos deslizantes en tiempo continuo se han transferido a los modos deslizantes en tiempo continuo. Las implicaciones matemáticas en términos del grupo teórico pueden encontrarse en Drakunov y Utkin (1990) y en Utkin (1993). En las secciones subsecuentes se discutirán algunas publicaciones prácticas utilizando sistemas lineales como ejemplos.

9.3 Sistemas lineales en tiempo discreto con parámetros desconocidos

Esta sección trata con el control en modos deslizantes en tiempo discreto para plantas lineales en tiempo continuo invariantes en el tiempo. Permita suponer que la región de los modos deslizantes en lineal para un sistema en tiempo discreto de n_{th} orden $x_{k+1} = F(x_k)$, i.e. $s_k = Cx_k, C \in \mathfrak{R}^{m \times n}$ con m entradas de control. De acuerdo con la definición 9.1, la condición de existencia de los modos deslizantes es de la forma:

$$s_{k+1} = C(F(x_k)) \quad (9.3.1)$$

para cualquier $x_k \in \mathfrak{X}$. Para diseñar una ley de control en tiempo discreto con modos deslizantes basada en la condición (9.3.1), considere la representación en tiempo continuo del sistema lineal e invariante con el tiempo:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bx(t) + Dr(t) \quad (9.3.2)$$

Con el vector de estado $x(t) \in \mathfrak{R}^n$, el control $u(t) \in \mathfrak{R}^m$, la entrada de referencia $r(t)$, y las matrices constantes del sistema A,B y D. La transformación a la representación en tiempo discreto con el intervalo de muestreo Δt se obtiene

$$x_{k+1} = A^* x_k + B^* u_k + D^* r(t) \quad (9.3.3)$$

donde

$$A^* = e^{A\Delta t} \quad B^* = \int_0^{\Delta t} e^{A(\Delta t-t)} B dt \quad D^* = \int_0^{\Delta t} e^{A(\Delta t-t)} D dt \quad (9.3.4)$$

y la entrada de la señal de referencia $r(t)$ se supone que es constante durante el intervalo de muestreo Δt . De acuerdo con (9.3.1), los modos deslizantes discretos existen si la matriz CB^* tiene inversa y el control u_k se diseña como la solución de u_k se diseña como la solución de

$$s_{k+1} = CA^* x_k + CD^* r_k + CB^* u_k = 0 \quad (9.3.5)$$

En otras palabras, el control u_k debe seleccionarse como

$$u_k = -(CB^*)^{-1} (CA^* x_k + CD^* r_k) \quad (9.3.6)$$

Por analogía con los sistemas en tiempo continuo, la ley de control (9.3.6) encontrando el movimiento en la región $S = 0$ será denominado 'control equivalente'. Para revelar la estructura de u_{keq} , se representará mediante la suma de dos funciones lineales:

$$u_{keq} = -(CB^*)^{-1} s_k - (CB^*)^{-1} ((CA^* - C)x_k + CD^* r_k) \quad (9.3.7)$$

y

$$s_{k+1} = s_k + (CA^* - C)x_k + CD^* r_k + CB^* u_k \quad (9.3.8)$$

Como en el ejemplo del sistema de primer orden de la sección anterior, u_{keq} puede exceder los recursos disponibles de control con $\Delta t \rightarrow 0$ para un valor inicial $s_k \neq 0$, debido a que $(CB^*)^{-1} \rightarrow \infty$ significa que $(CB^*)^{-1}(CA^* - C)$ y $(CB^*)^{-1}CD^*$ toma valores finitos. Debido a que en la realidad la acción de control u_k esta acotada, este hecho no deberá pasar por inadvertido.

Suponga que el control puede variar dentro de $|u_k| \leq u_0$ y los recursos de control disponibles son tales que

$$\|(CB^*)^{-1}\| \cdot \|(CA^* - C)x_k + CD^* r_k\| < u_0 \quad (9.3.9)$$

Observe que de otra forma, los recursos de control son insuficientes para estabilizar al sistema. El control

$$u_k = \begin{cases} u_{keq} & \text{para } \|u_{keq}\| \leq u_0 \\ u_0 \frac{u_{keq}}{\|u_{keq}\|} & \text{para } \|u_{keq}\| > u_0 \end{cases} \quad (9.3.10)$$

cumple con las acotaciones de los recursos de control. Como se muestra arriba, $u_k = u_{keq}$ para $\|u_{keq}\| \leq u_0$ se obtiene el movimiento en la región de deslizamiento $s=0$. Para proveer convergencia a este dominio, considere el caso $\|u_{keq}\| > u_0$, pero en complacencia de la condición (9.3.9). Desde (9.3.7) hasta (9.3.10) se sigue que

$$s_{k+1} = \left(s_k + (CA^* - C)x_k + CD^* r_k \right) \left(1 - \frac{u_0}{\|u_{keq}\|} \right) \quad \text{con} \quad u_0 < \|u_{keq}\| \quad (9.3.11)$$

Entonces

$$\|s_{k+1}\| = \left\| \left(s_k + (CA^* - C)x_k + CD^* r_k \right) \left(1 - \frac{u_0}{\|u_{keq}\|} \right) \right\| \quad (9.3.12)$$

$$\|s_{k+1}\| < \|s_k\|$$

debido a (9.3.9). Después de que $\|s_k\|$ decrece monótonicamente y, después de un número finito de pasos, se alcanza $\|u_{keq}\| < u_0$. Los modos deslizantes en tiempo discreto aparecen a partir del próximo punto de muestreo.

El control (9.3.10) provee de un movimiento libre de vibraciones dentro de la región $S=0$ como se muestra en la figura 9.4, en contraste con la implementación directa del control discontinuo en la figura 9.2, produciendo una vibración discretizada en la vecindad de la región de deslizamiento. Similarmente al caso de sistemas de tiempo continuo, la ecuación $s = Cx = 0$ habilita la reducción del orden en el sistema, y la dinámica deseada en 'los modos deslizantes' puede ser diseñada mediante una selección apropiada de la matriz C .

9.4 Sistemas lineales en tiempo discreto con parámetros desconocidos.

Es necesaria la información completa de los parámetros de la planta para la implementación del control en (9.3.10), lo cual puede no estar disponible en la práctica. Para extender los modos deslizantes en tiempo discreto hacia sistemas con parámetros desconocidos, suponga que el sistema en (9.3.5) opera bajo condiciones de incertidumbre: las matrices A y D , y la señal de entrada de referencia r_k se suponen desconocidos y pueden variar en algún rango tal que la condición (9.3.9) se sostenga. Similar a (9.3.10), la ley de control:

$$u = \begin{cases} -(CB^*)^{-1} s_k & \text{para } \|(CB^*)^{-1} s_k\| \leq u_0 \\ -u_0 \frac{(CB^*)^{-1} s_k}{\|(CB^*)^{-1} s_k\|} & \text{para } \|(CB^*)^{-1} s_k\| > u_0 \end{cases} \quad (9.4.1)$$

respetar los límites de los recursos de control disponibles. Además, el control en (9.4.1) no depende de los parámetros A y D de la planta, y de la entrada de referencia r_k . Sustituyendo la expresión (9.4.1) en las ecuaciones del sistema de la sección anterior permite obtener:

$$s_{k+1} = s_k \left(1 - \frac{u_0}{\|(CB)^{-1} s_k\|} \right) + (CA^* - C)x_k + CD^* r_k \quad (9.4.2)$$

para $u_0 < \|(CB^*)^{-1} s_k\|$

y, de forma semejante a (9.3.12), se obtiene:

$$\begin{aligned} \|s_{k+1}\| &\leq \|s_k\| \left(1 - \frac{u_0}{\|(CB)^{-1} s_k\|} \right) + \|(CA^* - C)x_k + CD^* r_k\| \\ \|s_{k+1}\| &\leq \|s_k\| - \frac{u_0 \|s_k\|}{\|(CB)^{-1} s_k\|} + \|(CA^* - C)x_k + CD^* r_k\| \\ \|s_{k+1}\| &\leq \|s_k\| - \frac{u_0}{\|(CB)^{-1}\|} + \|(CA^* - C)x_k + CD^* r_k\| \\ \|s_{k+1}\| &< \|s_k\| \end{aligned} \quad (9.4.3)$$

Desde aquí, en el caso de conocer completamente los parámetros de la planta discutidos en la sección 9.3, el valor de $\|s_k\|$ decrece monótonicamente y, después de un número finito de pasos, el control $\|u_k\| < u_0$ estará dentro de los recursos disponibles. Sustituyendo (9.4.1) en (9.3.8) resultando en:

$$s_{k+1} = (CA^* - C)x_k + CD^* r_k \quad (9.4.4)$$

debido a que las matrices $(CA^* - C)$ y CD^* son del orden Δt , el movimiento del sistema estará en la vecindad de orden- Δt en la región de deslizamiento $S = 0$. En la figura 9.5 se muestra una simulación del ejemplo de primer orden del ejemplo en la sección 9.1.1 para las matrices desconocidas A y D . La convergencia en la vecindad de la región de deslizamiento se obtiene después de un tiempo finito; después de esto, las trayectorias de los movimientos no residen en la región de deslizamiento con exactitud, más bien permanecen dentro de una región vecina de orden- Δt . Este resultado era de esperarse en sistemas operando en condiciones de incertidumbre, debido a que el comportamiento del sistema es de lazo abierto durante cada

intervalo de muestreo. En contraste con los sistemas de tiempo discreto con implementación directa del control discontinuo como se muestra en la figura 9.2, este movimiento es libre de vibraciones discretizantes.

9.5 Sistemas distribuidos y sistemas con retardos.

Esta sección discute los métodos de diseño para sistemas descritos mediante ecuaciones de diferencia y diferenciales. Este tipo de ecuaciones pueden servir como modelos matemáticos para sistemas dinámicos con retardos o para sistemas distribuidos con entradas y salidas de dimensión finita. La sección 9.6 presenta la metodología básica para el diseño de los controladores en modos deslizantes. Como un ejemplo de un sistema distribuido se presenta una flecha flexible en la sección 9.7.

Considere un sistema modelado mediante ecuaciones de diferencia en la forma regular.

$$\dot{x}(t) = A_{11}x(t) + A_{12}z(t) \quad (9.5.1)$$

$$z(t) = A_{21}x(t - \tau) + A_{22}z(t - \tau) + B_0u(t - \tau) \quad (9.5.2)$$

donde $x \in \mathfrak{R}^n$, $z \in \mathfrak{R}^k$ y $u \in \mathfrak{R}^m$. La pareja (A_{11}, A_{12}) se supone que sea controlable y el sistema de diferencia (9.5.2) se supone invertible con la salida $\tilde{A}_{21}z(t)$, donde \tilde{A}_{21} consiste de los renglones básicos de A_{12} en (9.5.1).

Recordando el concepto de modos deslizantes para los sistemas de tiempo discreto presentado en la sección 9.2 y en la definición 9.1, para un sistema representado mediante una ecuación diferencial y de diferencia como en (9.5.1), (9.5.2) los modos deslizantes pueden ser definidos de una forma semejante: los modos deslizantes existen dentro de alguna región s si las trayectorias de estado inician fuera de esta región s dentro de un tiempo finito y todas las trayectorias de estado que pertenecen a la región s dentro de un tiempo finito t_{sm} permanecen en s para toda $t \geq t_{sm}$.

El sistema en (9.5.1), (9.5.2) se escribe en forma de un bloque de control (Drakunov et. Al., 1990) para ecuaciones diferenciales ordinarias; observe también la sección 3.3. El procedimiento de diseño en dos pasos primeramente deriva un control deseado $z_d(x(t))$ para (9.5.1) para obtener el movimiento deseado a través de la región $s = \{x : S(x) = 0\}$ en el primer bloque, suponiendo $z = z_d$. El segundo paso de diseño utiliza la entrada de